

ZADATAK

Induktivno opterećenje $L=0.01\text{H}$ napaja se preko anti-paralelnog tiristorskog podešavača napona, sa krute mreže 220V , 50Hz , kao što pokazuje Sl.1. Podešavač čine dva tiristora T1 i T2 čiji su parametri u stanju vođenja : *napon praga provođenja* $V_g = V_{TO} = 1.2\text{V}$, *dinamička otpornost* $r_{dT} = 5\text{m}\Omega$. Na osnovu ovih podataka potrebno je:

A) Naći izraze za struju opterećenja i izračunati efektivnu vrednost napona na opterećenju za uglove paljenja: $\alpha_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 120^\circ$, $\alpha_3 = 150^\circ$

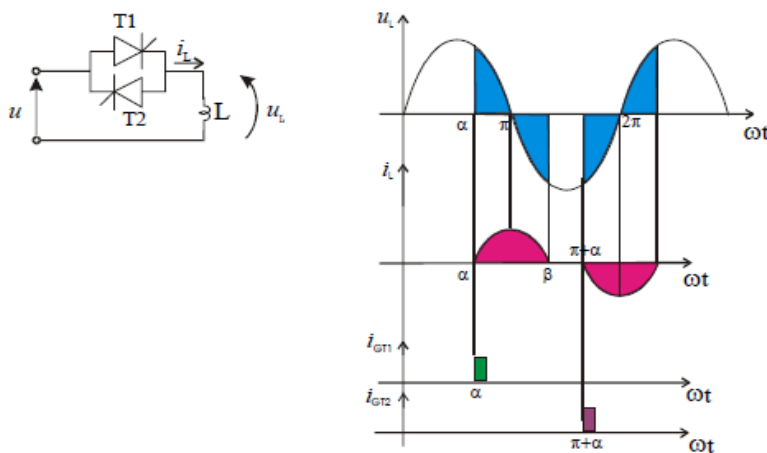
B) Izračunati efektivnu vrednost struje opterećenja za uglove paljenja $\alpha_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 120^\circ$, $\alpha_3 = 150^\circ$.

C) Pri kojoj vrednosti ugla paljenja je struja neprekidna?

D) Naći izraze za srednju i efektivnu vrednost struje svakog pojedinačnog tiristora i izračunati njihove vrednosti za uglove paljenja $\alpha_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 120^\circ$, $\alpha_3 = 150^\circ$.

E) Naći izraz za srednju vrednost snage disipacije za svaki od tiristora i izračunati njenu vrednost za uglove paljenja $\alpha_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 120^\circ$, $\alpha_3 = 150^\circ$.

F) Izračunati ukupnu snagu disipacije antiparalelne tiristorske grupe za vrednosti uglova paljenja $\alpha_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 120^\circ$, $\alpha_3 = 150^\circ$.



Sl.1. Induktivni potrošač napajan naizmeničnim podešavačem napona

REŠENJE ZADATKA:

I) TEORIJA:

Naponska jednačina za induktivni potrošač ($\varphi = \pi/2$):

$$u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} \quad (1)$$

Struju i_L dobijamo iz jednačine (1) integracijom :

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \cdot \int_{\alpha/\omega}^t u_L(t) \cdot dt \quad (2)$$

Napon mreže se menja po sinusnom zakonu $u = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin \omega t$, tako da je jednačinu (2) moguće napisati kao :

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \cdot \int_{\alpha/\omega}^t \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin \omega t \cdot dt \quad (3)$$

Uvodeći smenu $\omega t = x$ dobijamo da je jednačina (3)

$$i_L = \frac{1}{\omega L} \cdot \int_{\alpha}^x \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin x \cdot dx \quad (4)$$

Rešavanjem integrala u jednačini (4) dobijamo da je:

$$i_L = \frac{1}{\omega L} \cdot \int_{\alpha}^x \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin x \cdot dx = \frac{1}{\omega L} \sqrt{2} \cdot U (-\cos x)_{\alpha}^x = \frac{1}{\omega L} \sqrt{2} \cdot U (\cos \alpha - \cos x)$$

Odnosno vremenska promena struje opterećenja je data jednačinom :

$$i_L(t) = \frac{1}{\omega L} \sqrt{2} \cdot U \cdot (\cos \alpha - \cos \omega t) \quad (5)$$

pri uslovu da je :

$$2\pi - \alpha \geq \omega t \geq \alpha \quad (6)$$

Interval $2\pi \geq \alpha \geq \pi/2$ predstavlja upravljivu oblast pretvarača. Za interval $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ nije moguće upravljati pretvaračem tako da se ovaj interval naziva neupravljiva oblast. Ovo važi samo u slučaju induktivnog opterećenja tj. $\alpha = \varphi = \pi/2$.

Kod induktivnog opterećenja vremenski porast struje traje koliko i vremenski pad struje. Vreme punjenja induktivnosti energijom je jednako vremenu pražnjenja induktivnosti, kao što je pokazano na Sl.1.

Izračunavanje efektivne vrednosti napona i struje opterećenja

Efektivna vrednost napona na opterećenju se izračunava iz relacije:

$$U_{LRMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u_L^2 \cdot dt} = \sqrt{4 \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\alpha}^{\pi} u_L^2 \cdot dt} = \sqrt{4 \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\alpha}^{\pi} u^2 \cdot dt} \quad (7)$$
$$u = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin \omega t$$

Rešavanjem integrala u jednačini (7) se dobija da je:

$$U_{LRMS} = \sqrt{2}U \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \cdot \sin 2\alpha} \quad (8)$$

Efektivna vrednost struje opterećenja je data kao:

$$I_{LRMS} = \frac{U_{LRMS}}{\omega L} = \frac{\sqrt{2}U}{\omega L} \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \cdot \sin 2\alpha} \quad (9)$$

Izračunavanje srednje i efektivne vrednost struje tiristora.

Srednja vrednost struje pojedinačnog tiristora je data relacijom:

$$I_{TAV} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_T(t) \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} \frac{\sqrt{2}}{\omega L} \cdot U \cdot (\cos \alpha - \cos x) \cdot dx \quad (10)$$

Rešavanjem integrala u jednačini (10) se dobija da je srednja vrednost struje svakog od tiristora :

$$I_{TAV} = \frac{\sqrt{2}}{\omega L} \cdot U \cdot \left[\left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right) \cdot \cos \alpha + \frac{1}{\pi} \cdot \sin \alpha \right] \quad (11)$$

Efektivna vrednost struje tiristora je data relacijom:

$$I_{TRMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_T^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} \frac{2}{\omega^2 L^2} \cdot U^2 \cdot (\cos \alpha - \cos x)^2 \cdot dx} \quad (12)$$

Potrebno je dakle rešiti integral :

$$I = \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} (\cos \alpha - \cos x)^2 \cdot dx$$

$$I = \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} (\cos \alpha - \cos x)^2 \cdot dx = \cos \alpha \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} dx + 2 \cos \alpha \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} \cos x dx + \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} \cos^2 x dx = I_1 + I_2 + I_3 \quad (13)$$

NAPOMENA:

$$I_3 = \int \cos^2 x dx = \frac{x + \cos x \sin x}{2} \quad (\text{ovaj integral im dati kao tablični})$$

Kada se reši integral (13) dobija se da je

$$I = 2(\pi - \alpha) \cos^2 \alpha + 3 \cos \alpha \sin \alpha + (\pi - \alpha)$$

Kada se ovaj rezultat uvrsti u jednačinu (12) dobija se da je efektivna vrednost struje svakog pojedinačnog tiristora:

$$I_{TRMS} = \frac{U\sqrt{2}}{\omega L} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \alpha\right) + \frac{3}{2\pi} \cos \alpha \sin \alpha} \quad (14)$$

Izračunavanje disipacije snage na tiristorima

Razmatraju se gubici na tiristorima kada oni provode struju. Gubici tokom inverzne polarizacije se zanemaruju (pretpostavlja se da su struje "curenja" tiristora zanemarljive).

Trenutna vrednost snage gubitaka (disipacije) usled vođenja tiristora je data jednačinom:

$$p_D = u_T \cdot i_T \quad (15)$$

Napon na tiristoru u_T trenucima njegovog vođenja, slično kao i kod diode, se može predstaviti jednačinom:

$$u_T = (V_{TO} + r_{dT} \cdot i_T) \quad (16)$$

gde su :

-napon praga provođenja	$V_{\gamma} = V_{TO}$
-dinamička otpornost tiristora u stanju vođenja	r_{dT}
-trenutna vrednost struje tiristora	i_T

Ako u jednačinu (15) uvrstimo izraz (16) za napon na tiristoru u stanju vođenja dobijamo da je:

$$p_D = (V_{TO} + r_{dT} \cdot i_T) \cdot i_T \quad (17)$$

Srednja vrednost snage gubitaka usled vođenja će biti:

$$P_{DAV} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p_D(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \left[\int_0^T V_{TO} i_T dt + r_{dT} \cdot \int_0^T i_T^2 dt \right] \quad (18)$$

Pošto je po definiciji srednja vrednost struje data relacijom:

$$I_{TAV} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_T(t) \cdot dt \quad (19)$$

a efektivna vrednost struje data relacijom:

$$I_{TRMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_T^2(t) \cdot dt} \quad (20)$$

Možemo napisati da je srednja vrednost snage gubitaka usled vođenja:

$$P_{DAV} = V_{TO} \cdot I_{TAV} + r_{dT} \cdot I_{TRMS}^2 \quad (21)$$

II) REŠENJA SA BROJNIM VREDNOSTIMA

A) Izrazi za struju opterećenja

$$U=220V$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50Hz = 314 rad/s, \quad T = \frac{1}{f} = 20ms$$

$$\omega L = 3.14\Omega$$

Izraz za struju opterećenja $i_L(t) = \frac{1}{\omega L} \sqrt{2} \cdot U \cdot (\cos \alpha - \cos \omega t)$ pri uslovu da je

$$2\pi - \alpha \geq \omega t \geq \alpha.$$

$\alpha_1 = 90^\circ = \frac{\pi}{2} rad$ $i_L(t) = -98.8 \cdot \cos \omega t$ za $\frac{3\pi}{2} \geq \omega t \geq \frac{\pi}{2}$ (struja je neprekidna sinusoida periode T=20ms)

$\alpha_2 = 120^\circ = \frac{2\pi}{3} rad$ $i_L(t) = -98.8 \cdot (0.5 + \cos \omega t)$ za $\frac{4\pi}{3} \geq \omega t \geq \frac{2\pi}{3}$ (struja je prekidna, sa peroidom T=20ms)

$\alpha_3 = 150^\circ = \frac{5\pi}{6} rad$ $i_L(t) = -98.8 \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2} + \cos \omega t)$ za $\frac{7\pi}{6} \geq \omega t \geq \frac{5\pi}{6}$ (struja je prekidna sa peroidom T=20ms)

Efektivna vrednost napona na opterećenju

$$U_{LRMS} = \sqrt{2}U \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \cdot \sin 2\alpha}$$

$$U_{LRMS}(\alpha_1 = \frac{\pi}{2}) = \sqrt{2}U \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2\pi} \cdot \sin \pi} = U = 220V \quad (\text{na opterećenju se ima puna sinusoida})$$

$$U_{LRMS}(\alpha_2 = \frac{2\pi}{3}) = \sqrt{2}U \cdot \sqrt{1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2\pi} \cdot \sin \frac{4\pi}{3}} = 0.62U = 137V$$

$$U_{LRMS}(\alpha_3 = \frac{5\pi}{6}) = \sqrt{2}U \cdot \sqrt{1 - \frac{5}{6} + \frac{1}{2\pi} \cdot \sin \frac{10\pi}{6}} = 0.169U = 37.24V$$

B) Efektivna vrednost struje opterećenja za razne uglove paljenja

$$\alpha_1 = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \quad I_{LRMS} = \frac{U_{LRMS}}{\omega L} = \frac{\sqrt{2}U}{\omega L} \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \cdot \sin 2\alpha} = \frac{220}{3.14} = 70A$$

$$\alpha_2 = 120^\circ = \frac{2\pi}{3} \text{ rad} \quad I_{LRMS} = \frac{U_{LRMS}}{\omega L} = \frac{\sqrt{2}U}{\omega L} \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \cdot \sin 2\alpha} = \frac{137}{3.14} = 43.63A$$

$$\alpha_3 = 150^\circ = \frac{5\pi}{6} \text{ rad} \quad I_{LRMS} = \frac{U_{LRMS}}{\omega L} = \frac{\sqrt{2}U}{\omega L} \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \cdot \sin 2\alpha} = \frac{37.24}{3.14} = 11.85A$$

C) Struja je neprekidna sinusoida pri $\alpha_1 = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$, odnosno kada je $\alpha = \varphi = \pi/2$

D) Izrazi za srednju i efektivnu vrednost struje svakog pojedinačnog tiristora

Srednje vrednosti:

$$I_{TAV} = \frac{\sqrt{2}}{\omega L} \cdot U \cdot \left[\left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right) \cdot \cos \alpha + \frac{1}{\pi} \cdot \sin \alpha \right]$$

$$I_{TAV}(\alpha_1 = \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{\omega L} \cdot U \cdot \left[\left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right) \cdot \cos \alpha + \frac{1}{\pi} \cdot \sin \alpha \right] = \frac{\sqrt{2}}{\omega L} \cdot \frac{U}{\pi} = 31.46A$$

$$I_{TAV}(\alpha_2 = \frac{2\pi}{3}) = \frac{\sqrt{2}}{\omega L} \cdot U \cdot \left[\left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot \cos \frac{2\pi}{3} + \frac{1}{\pi} \cdot \sin \frac{2\pi}{3} \right] = \frac{\sqrt{2}}{\omega L} \cdot 0.109 \cdot U = 10.76A$$

$$I_{TAV}(\alpha_3 = \frac{5\pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{\omega L} \cdot U \cdot \left[\left(1 - \frac{5}{6}\right) \cdot \cos \frac{5\pi}{6} + \frac{1}{\pi} \cdot \sin \frac{5\pi}{6} \right] = \frac{\sqrt{2}}{\omega L} \cdot 0.015 \cdot U = 1.5A$$

Efektivne vrednosti

$$I_{TRMS} = \frac{U\sqrt{2}}{\omega L} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \alpha\right) + \frac{3}{2\pi} \cos \alpha \sin \alpha}$$

$$I_{TRMS}(\alpha_1 = \frac{\pi}{2}) = \frac{U\sqrt{2}}{\omega L} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \frac{\pi}{2}\right) + \frac{3}{2\pi} \cos \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2}} = \frac{U\sqrt{2}}{2 \cdot \omega L} = 49.39 A$$

$$I_{TRMS}(\alpha_2 = \frac{2\pi}{3}) = \frac{U\sqrt{2}}{\omega L} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{3}{2\pi} \cos \frac{2\pi}{3} \sin \frac{2\pi}{3}} = \frac{0.2 \cdot U\sqrt{2}}{\omega L} = 19.75 A$$

$$I_{TRMS}(\alpha_3 = \frac{5\pi}{6}) = \frac{U\sqrt{2}}{\omega L} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{5}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \frac{5\pi}{6}\right) + \frac{3}{2\pi} \cos \frac{5\pi}{6} \sin \frac{5\pi}{6}} = \frac{0.038 \cdot U\sqrt{2}}{\omega L} = 3.75 A$$

E) Srednja vrednost snage disipacije za svaki od tiristora

$$P_{DAV}(\alpha) = V_{TO} \cdot I_{TAV}(\alpha) + r_{dT} \cdot I_{TRMS}^2(\alpha)$$

$$P_{DAV}(\alpha) = 1.24 \cdot I_{TAV}(\alpha) + 0.005 \cdot I_{TRMS}^2(\alpha)$$

$$P_{DAV}(\alpha_1 = \frac{\pi}{2}) = 1.24 \cdot I_{TAV}(\alpha_1 = \frac{\pi}{2}) + 0.005 \cdot I_{TRMS}^2(\alpha_1 = \frac{\pi}{2}) = 1.24 \cdot 31.46 + 0.005 \cdot 49.39^2 = 51.20 W$$

$$P_{DAV}(\alpha_2 = \frac{2\pi}{3}) = 1.24 \cdot I_{TAV}(\alpha_2 = \frac{2\pi}{3}) + 0.005 \cdot I_{TRMS}^2(\alpha_2 = \frac{2\pi}{3}) = 1.24 \cdot 10.76 + 0.005 \cdot 19.75^2 = 15.34 W$$

$$P_{DAV}(\alpha_3 = \frac{5\pi}{6}) = 1.24 \cdot I_{TAV}(\alpha_3 = \frac{5\pi}{6}) + 0.005 \cdot I_{TRMS}^2(\alpha_3 = \frac{5\pi}{6}) = 1.24 \cdot 1.5 + 0.005 \cdot 3.75^2 = 2.0 W$$

F) Ukupna snaga disipacije tiristorske grupe

je jednaka dvostrukoj vrednosti snage disipacija svakog pojedinačnog tiristora

$$P_{DAVukupna}(\alpha_1 = \frac{\pi}{2}) = 2 \cdot 51.20 W = 102.4 W$$

$$P_{DAVukupna}(\alpha_2 = \frac{2\pi}{3}) = 2 \cdot 15.34 W = 30.68 W$$

$$P_{DAVukupna}(\alpha_3 = \frac{5\pi}{6}) = 2 \cdot 2 W = 4 W$$